

удастся отыскать конечный момент времени, при котором найденная «вилка» будет справедлива.

Метод функционального ряда Вольтерра позволяет установить связь выходного сигнала с входным путём нахождения суммы откликов системы на бесконечное число входных импульсных воздействий. Но применение этого метода возможно только в случае физической реализуемости, однозначности и устойчивости нелинейной системы.

В режиме гармонических колебаний или при колебательном характере переходного процесса используют метод гармонической линеаризации, при этом решением нелинейного дифференциального уравнения будет являться гармоническая функция с медленно меняющейся амплитудой. Процесс считается квазилинейным. Ограничением данного метода является условие обязательной фильтрации всех гармоник выходного сигнала, кроме первой.

Численные методы решения системы нелинейных дифференциальных уравнений свободны от ограничений методов аналитического анализа. Общим правилом для различных методов численного решения является разбиение непрерывной функции выходного сигнала на интервалы и в определении решения в конце каждого интервала путем некоторой итерационной процедуры. Если заданы начальные условия, то используют задачу Коши. При невысоком порядке системы уравнений применяют метод Тейлора. Сложностью данного метода может стать необходимость определения производных функции. Более удобным методом является метод Рунге-Кутты, имеющий следующие достоинства: необходимость вычисления только самой функции выходного сигнала без определения её производных, одношаговость, т. е. возможность определения значения y_{n+1} только по значениям y_n и t_n , вычисленных на предыдущем шаге.

Использование математического пакета программ MathCAD облегчает решение системы (1). Он предоставляет набор встроенных

функций по численному решению дифференциальных уравнений. Две из таких функций `rkfixed` и `Rkadapt` - производят вычисления согласно методу Рунге-Кутты 4-го порядка.

Устройства генерации высокочастотных колебаний с колебательной системой реализуются согласно двум основным принципам.

В первом случае автогенератор построен на электронном нелинейном приборе с цепью обратной связи, за счёт которой часть мощности сигнала из колебательной системы поступает на вход электронного прибора. Усиленные колебания возвращаются в колебательную систему, где происходит компенсация потерь и поддерживается устойчивый режим автоколебаний. При этом должно выполняться условие синхронизма, состоящее в равенстве фаз колебаний, поступивших из колебательной системы и вновь туда возвращённых.

Во втором случае автогенератор построен на специальных генераторных диодах, обладающих отрицательной активной проводимостью. В результате подключения такого диода к колебательной системе происходит компенсация потерь, благодаря чему поддерживается устойчивый режим автоколебаний.

Представим колебательную систему в виде параллельного контура и составим обобщённое дифференциальное уравнение, описывающее работу автогенератора обоих типов.

Ток в общей цепи контура с учётом вольтамперной характеристики электронного прибора, подключённого к параллельному контуру RLC, по первому закону Кирхгофа будет иметь вид:

$$\psi(u) = C \frac{du}{dt} + \frac{1}{R}u + \frac{1}{L} \int_0^t u dt. \quad (2)$$

Продифференцировав (2) получим:

$$\frac{d^2u}{d\tau^2} + \frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{RC} - \frac{d\psi(u)}{du} \right) \frac{du}{d\tau} + u = 0, \quad (3)$$

где $\tau = \omega t$ - постоянная времени цепи,

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ - частота колебаний контура.

Для обеих схем построения автогенератора вольт-амперную характеристику $\psi(u)$ можно представить в виде суммы членов степенного ряда n -го порядка. Например, с учётом (1) и при $n=3$ функция $\psi(u)$ и её производная будут иметь вид:

$$\psi(u) = a_0 + a_1ku - a_2k^2u^2 - a_3k^3u^3, \quad (4)$$

$$\frac{d\psi(u)}{du} = a_1k - 2a_2k^2u - 3a_3k^3u^2. \quad (5)$$

Графическая зависимость функции (4) при $a_0 = 0; a_1 = 20; a_2 = 0,05; a_3 = 0,1$ приведена на рис. 1.

График имеет участок насыщения, который определяется нелинейными членами, что предотвращает неограниченное возрастание амплитуды автоколебаний, которое могло бы привести к пробое р-п перехода полупроводникового прибора и выходу его из строя.

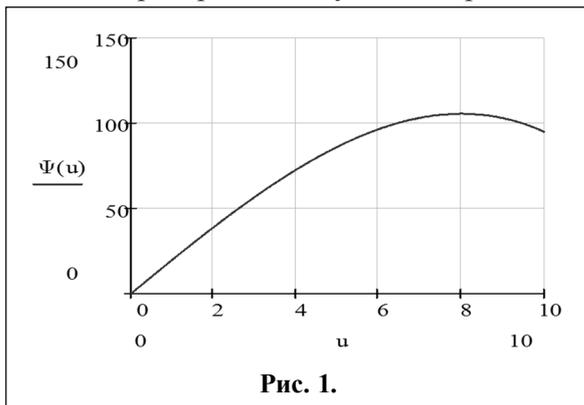


Рис. 1.

Решая совместно (3) и (5), получим обобщенное дифференциальное уравнение, описывающее работу обеих схем автогенератора:

$$\frac{d^2u}{d\tau^2} - \mu(1 - bu - gu^2) \frac{du}{d\tau} + u = 0, \quad (6)$$

где для автогенератора первого типа имеем следующие коэффициенты:

$$b = \frac{2a_2\rho k^2}{\mu}, \quad g = \frac{3a_3\rho k^3}{\mu}, \quad \mu = \rho a_1 k - \frac{1}{Q}$$

формальные коэффициенты уравнения,

$\rho = \frac{1}{\omega C}$ - волновое сопротивление контура,

$Q = \frac{R}{\rho}$ - добротность контура, k - коэффициент обратной связи.

При определении коэффициентов уравнения (6) для автогенератора второго типа следует учитывать, что $\psi(u)$ есть нелинейная зависимость тока от напряжения, поэтому её производная есть нелинейная проводимость двухполюсника, которую можно представить в виде:

$$G(u) = -G_0 + 2a_2u + 3a_3u^2, \quad (7)$$

где G_0 - отрицательная активная проводимость эквивалентной схемы диода, подключённого параллельно контуру.

Графическая зависимость функции (7) при $G_0=5, a_2 = 0,1$ и $a_3 = 0,05$ приведена на рис. 2.

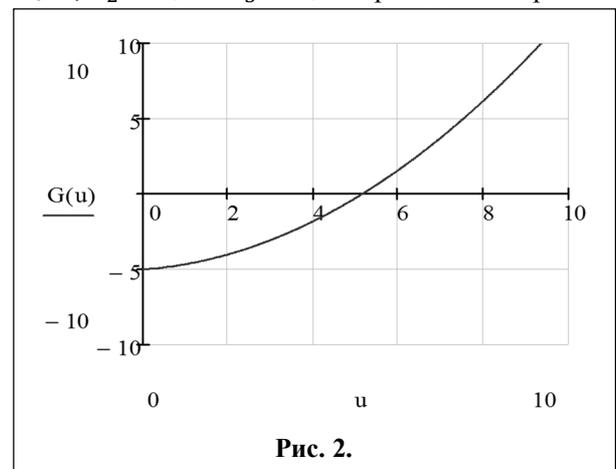


Рис. 2.

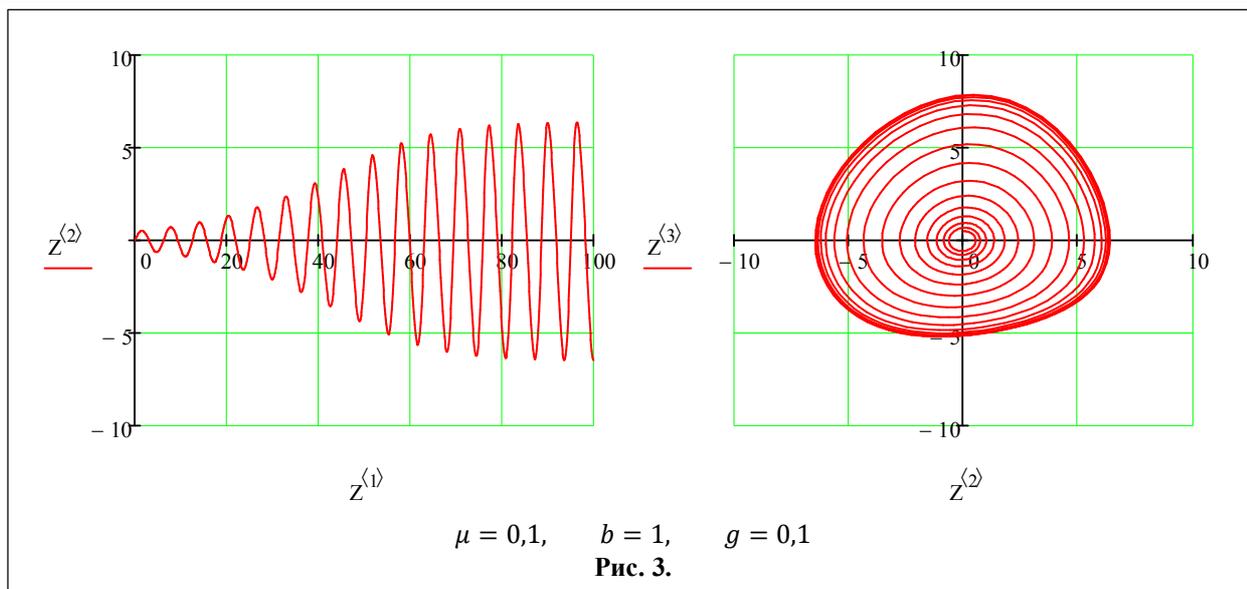
В данном случае модуль отрицательной проводимости двухполюсника уменьшается с повышением амплитуды колебаний, и это предотвращает неограниченное возрастание амплитуды.

Используя (7) определим коэффициенты уравнения (6) для схемы автогенератора второго типа:

$$b = \frac{2a_2\rho}{\mu}, \quad g = \frac{3a_3\rho}{\mu}, \quad \mu = \rho|G_0| - \frac{1}{Q}.$$

Анализируя полученные выражения, делаем вывод о том, что в случае $\mu \geq 0$ в схеме возможна генерация колебаний. Т. е. отрицательная проводимость по модулю должна превышать проводимость активных потерь в колебательной системе. А нелинейные члены проводимости $G(u)$ определяют ограничение амплитуды колебаний.

Таким образом, в схемах автогенераторов первого и второго типа происходит восполнение энергии, теряемой в колебательной систе-



ме, за счёт внешнего дополнительного источника.

На основании полученного нелинейного дифференциального уравнения автогенератора проведем математическое моделирование автогенератора в широком диапазоне изменения его параметров, определим условия возникновения автоколебаний, их устойчивость в установившемся режиме работы, частоту и амплитуду автоколебаний, время переходного процесса.

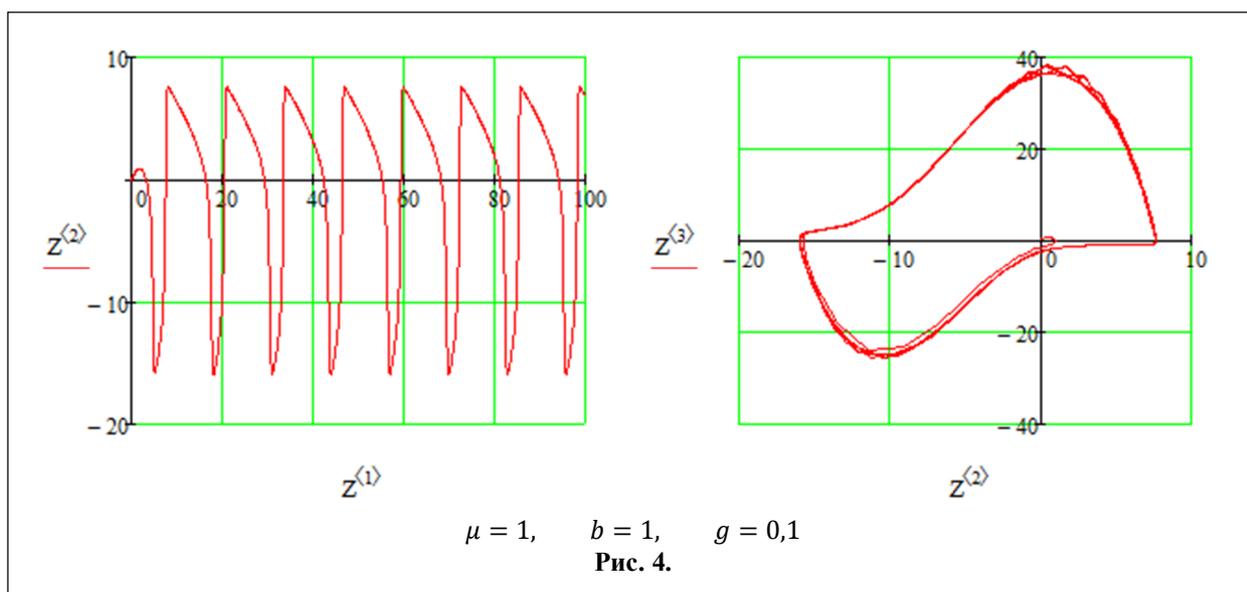
Аналитическое исследование уравнения вида (6) возможно только при малом значении параметра μ с помощью метода медленно меняющихся амплитуд, а компьютерный метод

анализа в среде MathCAD с помощью метода Рунге-Кутты 4-го порядка путём обращения к функции `rkfixed` позволяет снять данное ограничение.

Результаты математического моделирования в виде графиков переходного процесса $U(\tau)$ и фазовых траекторий для пяти случаев приведены на рис. 3-5.

Проведённое моделирование показало:

- в первом случае (рис. 3) режим автоколебаний - устойчивый: амплитуда колебаний в установившемся режиме постоянна, на фазовой плоскости четко прослеживается устойчивый предельный цикл, по зависимости $U(\tau)$ можно определить время переходного процес-



са; при малом значении параметра $\mu=0,1$ автоколебания синусоидальны, устойчивый предельный цикл близок по форме к окружности;

- при увеличении значения параметра μ до 1 колебания становятся релаксационными, т. е. близкими по форме к треугольным с крутыми фронтами, а траектория на фазовой плоскости принимает вид прямоугольника (рис. 4);

- при отсутствии квадратичного члена в уравнении ($g=0$), определяющего участок насыщения, интегральная кривая стремится к бесконечности, а амплитуда автоколебаний неограниченно возрастает, что приводит обычно к пробое р-п перехода полупроводникового прибора (рис. 5).

Литература

1. Ромашов В.В., Жиганова Е.А. Метод анализа интермодуляционных колебаний в нелинейных безинерционных устройствах в узкой полосе частот / Радиотехника, №11, 2004г. - С. 80-83.
2. Ромашов В.В., Жиганова Е.А. Метод комплексной огибающей в спектральном анализе нелинейного устройства / Радиотехнические и телекоммуникационные системы, 2011, №1. – С. 25-28.
3. Ромашов В.В., Шуненкова Е.А. (Жиганова Е.А.) Метод анализа интермодуляционных колебаний в усилителях мощности в узкой полосе частот/ Деп. в ВИНТИ 27.11.01 , № 2474-В2001.
4. Ромашов В.В., Мошина Е.Н., Шуненкова Е.А. (Жиганова Е.А.) Использование полиэкспоненциальной аппроксимации для анализа комплексной огибающей выходного сигнала нелинейного безинерционного устройства/ Методы и

устройства передачи и обработки информации: Межвузовский сборник научных трудов / Под ред. В.В. Ромашова. – С.-Пб, Гидрометеоиздат, 2001. – С.40-41.

5. Ромашов В.В., Шуненкова Е.А. (Жиганова Е.А.). Исследование интермодуляционных колебаний в квадратурных усилителях мощности / Методы и устройства передачи и обработки информации. - Муром: Изд.- полиграфический центр МИ ВлГУ, 2002. - С. 46-48.

6. Жиганова Е.А. Особенности использования функций Бесселя при спектральном анализе выходного сигнала нелинейного устройства / Радиотехнические и телекоммуникационные системы. – 2012. – № 3. – С. 12-15.

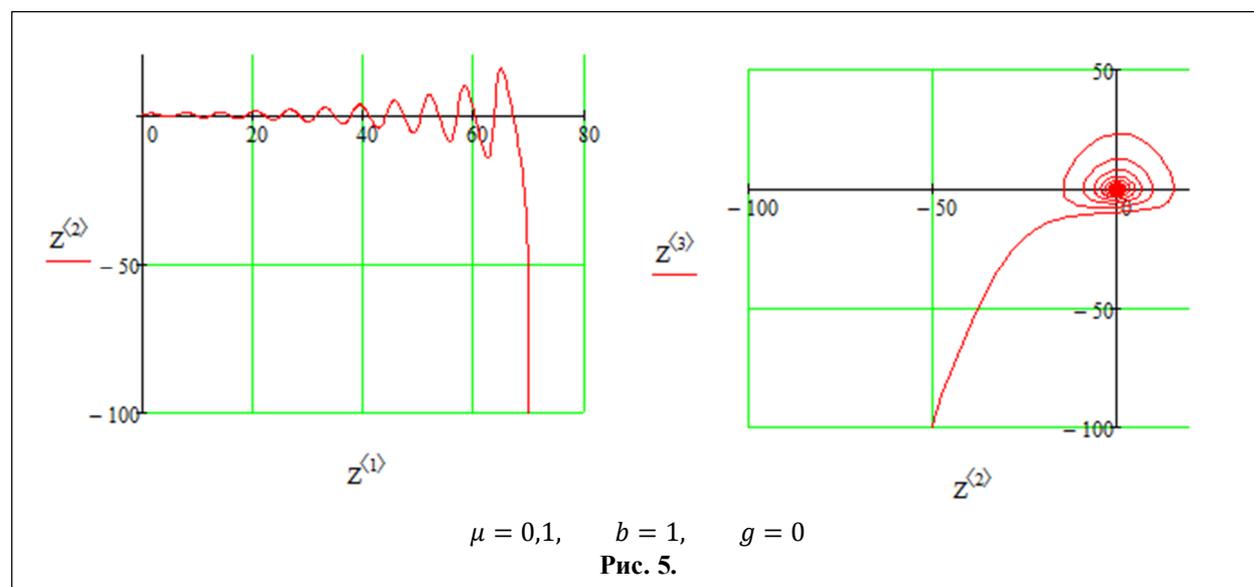
7. Ромашов В.В., Курилов И.А., Жиганова Е.А., Суржик Д.И., Романов Д.Н., Васильев Г.С., Харчук С.М. Методы анализа радиоустройств на основе функциональной аппроксимации / Радиотехнические и телекоммуникационные системы, 2014, №1. С. 35-49.

8. Ромашов В.В., Жиганова Е.А. Нелинейное уравнение синтезатора частот с автокомпенсацией амплитудно-фазовых искажений / Вопросы радиоэлектроники. Серия «Общетеchnическая», выпуск 1. Москва, 2010. С.11-17.

9. Жиганова Е.А. Анализ компенсационных характеристик автокомпенсатора амплитудно-фазовых искажений в частотной области / Методы и устройства формирования и обработки сигналов в информационных системах: Межвуз. сб. научн. тр. / Под ред. Ю.Н. Паршина. - Рязань: РГРТУ, 2010. - С. 25-29.

10. Жиганова Е.А. Анализ работы усилителя мощности ЧМ сигналов в условиях сложномодулированных помех / Проектирование и технология электронных средств 2010, №1. С.25-29.

11. Жиганова Е.А. Оценка работы усилителя



мощности с автокомпенсацией при воздействии полигармонической помехи / Радиотехнические и телекоммуникационные системы. – 2012. – № 1. – С. 12-15.

12. Жиганова Е.А. Исследование влияния асимметрии в квадратурном усилителе мощности на уменьшение интермодуляционных колебаний / Радиопромышленность. 2012. № 2. С. 14-20.

13. Ромашов В.В., Жиганова Е.А. Метод анализа внутриполостной интермодуляции в нелинейном устройстве / Радиотехнические и телекоммуникационные системы, 2013, №4. С. 13-17.

14. Жиганова Е.А. Оценка автокомпенсации ин-

термодуляционных колебаний в асимметричном квадратурном усилителе мощности / Методы и устройства передачи и обработки информации, 2014, Вып.16. - С. 13-17.

15. Жиганова Е.А. Влияние изменения крутизны проходной характеристики на степень асимметрии плеч в квадратурном усилителе мощности / Методы и устройства передачи и обработки информации, 2013, Вып.15. - С. 4-7.

16. Жиганова Е.А. Анализ методов исследования нелинейных аналоговых динамических систем / Методы и устройства передачи и обработки информации, 2016, Вып.18. - С. 49-54.

Поступила 12 февраля 2016 г.

English

Research of high-frequency fluctuations generation by mathematical modeling method

Elena Aleksandrovna Zhiganova – Candidate of Engineering, Associate Professor Murom Institute (branch) "Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletov".

E-mail: zhiganova.ei@gmail.com.

Address: Orlovskaya st., 23, Murom, 602264.

Abstract: The research work analyzes methods of nonlinear dynamic systems mathematical modeling. Investigation of such devices operation involves finding solutions of nonlinear differential equations system using of analytical and numerical methods. The article gives estimation of benefits and inconveniences of using analysis analytical methods. Solution numerical methods of nonlinear differential equations system are unrestricted methods unlike analytical analysis methods. And the application of "Mathcad" mathematical software package facilitates equations system solution. It has a set of predefined functions for differential equations numerical solution. Differential equation for the self-oscillator is obtained which is based on the electronic nonlinear device with feedback circuit for self-oscillator made on the basis of oscillating diodes with negative active conductance. The circuits of the first and second type self-oscillators have replenishment of energy lost in oscillating system, owing to external additional power source. Analytical investigation of the differential equation for a self-oscillator is possible only with small parameter μ value via method of slowly changing amplitudes; and the computer analysis method in "Mathcad" environment via Runge-Kutta method of the 4th order using rkfixed function enables to remove the restriction. Mathematical modeling of the self-oscillator using numerical methods is performed in broad range of changing its parameters, conditions of self-oscillations occurrence are defined, their stability in the set mode of operation, self-oscillations frequency and amplitude, transient period are also defined. The effect of nonlinear equation parameters on the stability of oscillated fluctuations is estimated. The carried-out modeling revealed: self-oscillations mode is steady with small parameter value $\mu = 0,1$; oscillation frequency in set mode is constant, stable limit cycle is clearly seen in phase plane; fluctuations become relaxation when increasing parameter value μ to 1, i.e. they become similar in shape to triangular with steep front-lines, and trajectory in phase plane takes rectangle shape; integral curve aims at infinity without square member in equation defining saturation section, and self-oscillations amplitude increases without limit which usually causes p-n junction breakdown in semiconductor device.

Key words: oscillation of high-frequency fluctuations, nonlinear device, analytical and numerical analysis methods, nonlinear differential equation, stability of oscillated fluctuations, mathematical modeling, Runge-Kutta method.

References

1. Romashov V.V., Zhiganova E.A. Analysis method of intermodulation fluctuations in nonlinear inertia-free devices in narrow frequency band. - Radiotekhnika, No. 11, 2004 – P. 80-83.
2. Romashov V.V., Zhiganova E.A. Complex envelope method in spectrum analysis of nonlinear device. - Radiotekhnicheskiye i telekommunikatsionnye sistemy, 2011, No. 1. – P. 25-28.
3. Romashov V. V., Shunenkov E.A. (Zhiganova E.A.) Analysis method of intermodulation fluctuations in power amplifiers in narrow frequency band. - Dep. in VINITI 27.11.01, No. 2474-B2001.

4. Romashov V.V., Moshnina E.N., Shunenkov E.A. (Zhiganova E.A.) Use of polyexponential approximation for complex envelope analysis of output signal in nonlinear inertia-free device. - Methods and devices of transmitting and processing information: Interuniversity collection of academic papers. Ed. by V. V. Romashov. - Gidrometeoizdat, St.-Petersburg, 2001. – P. 40-41.
5. Romashov V. V., Shunenkov E.A. (Zhiganova E.A.) Investigation of intermodulation fluctuations in quadrature power amplifiers. - Methods and devices of transmitting and processing information: . - Murom: Publ. - printing center MI VLSU, 2002. – P. 46-48.
6. Zhiganova E.A. Features of Bessel functions application in spectrum analysis of output signal in nonlinear device. - Radiotekhnicheskiye i telekommunikatsionnye sistemy. - 2012. - No. 3. – P. 12-15.
7. Romashov V. V., Kurilov I.A., Zhiganova E.A., Surzhik D. I., Romanov D. N., Vasilyev G. S., Harchuk S. M. Analysis methods of radio devices based on functional approximation. - Radiotekhnicheskiye i telekommunikatsionnye sistemy, 2014, No. 1. P. 35-49.
8. Romashov V. V., Zhiganova E.A. Nonlinear equation of frequency synthesizer of with amplitude-phase distortions autoequalization. - Problems of radio electronics. Seriya «Obshchetekhnicheskaya», vypusk 1. - Moscow, 2010. P.11-17.
9. Zhiganova E.A. Analysis of compensatory features of automatic equalizer for amplitude-phase distortions in frequency area. - Methods and devices of oscillating and processing signal in information systems: Interacad. coll. acad.papers. Ed. By Yu.N. Parshin. - Ryazan: RSREU, 2010. – P. 25-29.
10. Zhiganova E.A. Operation analysis of FM signal power amplifier in the presence of complex modulated noises. - Proyektirovaniye i tekhnologiya elektronnykh sredstv 2010, No. 1. P. 25-29.
11. Zhiganova E.A. Job Estimation of power amplifier with autoequalization under polyharmonic noise effect. - Radio engineering and telecommunication systems. - 2012. - No. 1. - Page 12-15.
12. Zhiganova E.A. Investigation of asymmetry effect in quadrature power amplifier to reduce intermodulation fluctuations. - Radiopromyshlennost. 2012. No. 2. P. 14-20.
13. Romashov V. V., Zhiganova E.A. Metod of the analysis of intracavity intermodulation in the nonlinear device. - Radio engineering and telecommunication systems, 2013, No. 4. Page 13-17.
14. Zhiganova E.A. Autoequalization estimation of intermodulation fluctuations in asymmetric quadrature power amplifier. - Methods and devices of transmitting and processing information, 2014, Iss.16. – P. 13-17.
15. Zhiganova E.A. Effect of changing steepness transit characteristic curve on base-lines asymmetry degree in quadrature power amplifier. Methods and devices of transmitting and processing information, 2013, Iss.15. – P. 4-7.
16. Zhiganova E.A. Investigation methods analysis of nonlinear analog dynamic systems. - Methods and devices of transmitting and processing information, 2016, Iss.18. – P. 49-54.